

Resumen

En esta tesis se desarrolla el problema de estimación paramétrica en modelos estocásticos, por una parte continuos que luego son discretizados, y las observaciones son tomadas de manera equiespaciada; y por otra parte modelos estocásticos discretos, pero con un nuevo enfoque en el que las observaciones son tomadas bajo dos diferentes esquemas de muestreo. Una característica interesante en algunos modelos estocásticos es la larga memoria o *long range dependence* es estudiada a través de, por ejemplo, movimiento Browniano fraccionario y el proceso Poisson fraccionario, mientras que para comparar con modelos sin larga memoria, se considera el movimiento Browniano estándar. Esta combinación entre modelos con tiempos aleatorios y larga memoria, es un enfoque poco tradicional al estudiado comúnmente, pero sin embargo, muy realista ya que usualmente las observaciones no ocurren de manera equiespaciada ni de manera continua. Otro proceso que tiene la propiedad de larga memoria es el proceso de Rosenblatt, del cual se estudia una representación del proceso de Rosenblatt no simétrico (generalizado) en un intervalo compacto y el problema de estimación paramétrica en un modelo simple dirigido por éste. Las diferentes problemáticas son abordadas a lo largo los capítulos de esta tesis, divididos como sigue:

En el **capítulo 2** se estudia un modelo de Ornstein-Uhlenbeck continuo, pero discretizado en el tiempo por un esquema de Euler, y dirigido por un proceso de Poisson fraccionario aproximado por un paseo aleatorio compensado, se estudia la consistencia de los estimadores de mínimos cuadrados ponderados y máximo verosímil del modelo. Dado que ambos estimadores son establecidos desde el modelo discretizado, se revisa la relación entre el modelo continuo y los dos modelos generados por las discretizaciones. La consistencia de ambos estimadores es asegurada por la existencia de un parámetro adicional, α , representando que m^α observaciones son necesarias para que ambos estimadores sean consistentes.

Los capítulos 3, 4 y 5 están basados en la generalización de un modelo de regresión lineal simple con ruido dirigido por un proceso con larga memoria e incrementos estacionarios. Se considera además que el tiempo se encuentra en el intervalo $[0, 1]$

El **Capítulo 3:** aborda un tiempo aleatorio particular, denominado “*Jittered Sampling (JS)*”, el cual está representado por la suma de una componente determinista y una aleatoria, la parte aleatoria puede ser descrita por una distribución continua con soporte acotado. Bajo el esquema de muestreo producido por este tiempo aleatorio, se estudia la consistencia del estimador de mínimos cuadrados de un modelo de regresión lineal. A través de un estudio de simulación, se presenta comportamiento del estimador, tanto como para diferentes tamaños muestrales como para diferentes realizaciones del proceso.

Por otra parte, en el **Capítulo 4**, se presenta otro tiempo aleatorio, “*Renewal Sampling (RS)*”, a diferencia del tiempo aleatorio estudiado en el anterior trabajo, éste no tiene componente determinista, si no que es la suma de variables aleatorias independientes que tienen una distribución continua con soporte no acotado superiormente. Esta definición provoca que las herramientas desarrolladas en el capítulo anterior, no sean completamente aplicables cuando se estudia la consistencia del estimador de mínimos cuadrados producido bajo este esquema de muestreo. Dado que los tiempos aleatorios provienen de una distribución con un soporte no acotado, la cantidad de observaciones contenidas en el intervalo $[0, 1]$, también es una variable aleatoria. La consistencia del estimador de mínimos cuadrados del modelo de regresión, es estudiada en dos partes: considerando una cantidad fija de observaciones, N , y la diferencia absoluta entre estimador con una cantidad fija de observaciones y el estimador con una cantidad aleatoria de observaciones, $N(1)$. Se presenta además un estudio donde se reflejan las propiedades estudiadas del estimador, tanto como para diferentes cantidades de observaciones como para múltiples realizaciones del proceso.

Teniendo en cuenta las propiedades asintóticas del estimador de mínimos cuadrados estudiado en los capítulos anteriores, pero considerando esta vez un incremento del movimiento Browniano estándar, en el **Capítulo 5**, se estudia la distribución límite, mediante el uso de la función característica, teóricamente y mediante la simulación del proceso correspondiente, de una secuencia debidamente normalizada.

Uno de los objetivos, en genética de poblaciones, es la construcción de test de hipótesis para la detección de huellas de selección (si existe o no aleatoriedad en la formación de la siguiente población), por lo que encontrar la distribución correcta es un tema muy relevante; este problema es estudiado en el **Capítulo 6**. El modelo de Fisher - Wright ha sido ampliamente usado, en el contexto de genética de poblaciones, para representar las variaciones genéticas producidas por las diferencias entre las frecuencias alélicas. En lo que sigue nos dedicaremos en dar una buena aproximación de la densidad para luego poder construir un test de hipótesis para detectar selección en la población.

Finalmente, en el **Capítulo 7**, de la extensión de los resultados de Maejima y Tudor (2012), se estudia la representación del procesos de Rosenblatt no simétrico, como una integral múltiple de Wiener-Itô con respecto al movimiento Browniano en un intervalo compacto. En base a esta representación, se obtiene un estimador del tipo de mínimos cuadrados para un parámetro de drift desconocido para un modelo simple y dirigido por el proceso de Rosenblatt no simétrico.