

UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO, PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO,
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

Resumen

Doctorado en Matemáticas de Valparaíso, Chile

Doctor of Philosophy in Mathematics

Penalized Stochastic Optimal Control Problems for Singular McKean-Vlasov Dynamics and Turbulent Kinetic Energy modeling with Calibration on Lagrangian Turbulent Flow Models

by Kerlyns MARTÍNEZ

Esta tesis está conformada por dos temas inmersos en el tópico de procesos estocásticos: El primer tema concierne algunas estimaciones estadísticas y simulaciones numéricas de procesos estocásticos que nacen de la descripción Lagrangiana de flujos turbulentos. En esta parte de la tesis, construimos un modelo probabilista para la energía cinética turbulenta desde un modelo Lagrangiano, el cual involucra ecuaciones diferenciales estocásticas con coeficientes que no son globalmente Lipschitz, específicamente de la forma x^α , con $1 < \alpha < 2$. Como es usual en física, el modelamiento de fluidos turbulentos incluyen parámetros que varían de acuerdo al autor y contexto de la aplicación del modelo. En este sentido, nuestro objetivo es establecer un procedimiento para la calibración de los parámetros correspondientes a nuestro modelo, adaptando (al caso estocástico) el trabajo de Edeling y coautores, que se basa en la descripción Euleriana de un flujo turbulento. En particular, esta construcción requiere que introduzcamos una aproximación a tiempo adecuada de la solución de la ecuación diferencial estocástica que describe nuestro modelo de energía, además de demostrar su consistencia computacional y teórica. Para ello proponemos un nuevo esquema numérico al que hemos llamado esquema Euler-exponencial para ecuaciones diferenciales estocásticas uni-dimensionales cuyos coeficientes satisfacen un crecimiento polinomial, demostrando además que esta aproximación converge débilmente con tasa igual a uno, tal y como ocurre para aproximaciones numéricas clásicas. Este primer tema constituye una colaboración con M. Bossy (INRIA, Francia) y P. Cinnella (Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Francia). El segundo tópico de esta tesis concierne la construcción de procesos de difusión débilmente condicionados, que minimizan una función de costo dada, a través de métodos de penalización. Los procesos difusivos que satisfacen un condicionamiento débil se siguen de una clase particular de procesos estocásticos cuya distribución se encuentra bajo alguna restricción. Estos procesos han sido estudiados con anterioridad bajo casos particulares. Para la aproximación de tales procesos de difusión, introducimos un problema de control óptimo estocástico que involucra una aproximación por penalización de la restricción débil. Formalmente, la existencia de un mínimo para este problema de control se traduce en el análisis de un problema de minimización cuya dinámica corresponde a un proceso de Itô singular de tipo McKean-Vlasov y, consecuentemente, exige el análisis riguroso del problema de control penalizado. El límite de esta aproximación requiere la combinación de la teoría de análisis estocástico, teoría de control óptimo y la teoría del transporte óptimo.